Вступ у 8-й клас

1. (5 балів). В одній чверті лісу зрубали 20% дерев, а у решті лісу решті 10% дерев. Який відсоток дерев зрубали в усьому лісі?

2. (5 балів). Якщо a і b додатні числа, нова операція ∇ визначається так: $a\nabla b = \frac{a+b}{1+ab}$. Наприклад, $3\nabla 6 = \frac{3+6}{1+3\cdot 6} = \frac{9}{19}$. Знайдіть x, якщо $2\nabla x = \frac{5}{7}$.

3. (5 балів). Коло вписане у прямокутний трикутник ABC, дотикається до катетів AB та BC у точках M та N відповідно. Відомо, що $BM = 3$ *см*, $AM = 5$ *см*, $BN:NC = 1:4$. Знайдіть радіус описаного кола.

4. Дано функцію $f(x) = ||x-2|-3|$.
   а) (2 бали). Обчисліть $f(2{,}024)$;
   б) (3 балів). Розв'яжіть рівняння: $f(x) = 20$.

5. $\underbrace{2 + 22 + 222 + 2222 + \cdots + \underbrace{22\ldots22}_{2024\ цифри}}_{2024\ доданки} = \overline{\ldots CBA}$

(а) (2 бали). Визначте значення одиниць A.
(б) (3 бали). Визначте значення цифри десятків B.

$$\begin{array}{cccccccccc} & & & & & & & & & 2 \\ & & & & & & & & 2 & 2 \\ & & & & & & & 2 & 2 & 2 \\ & & & & & & 2 & 2 & 2 & 2 \\ & & & & & & & & & \vdots \\ & & & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 & 2 & 2 \\ + & 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 & 2 & 2 & \\ \hline & & & & & \cdots & C & B & A & \end{array}$$

6. (5 балів). Розв'яжіть рівняння: $12xy - 4x^2 - 9y^2 = |3x - y - 2|$

7. (10 балів). Трикутник обмежений додатною піввіссю абсцис, від'ємною піввіссю ординат та прямою $y = 2x - k$, де $k > 0$. Сума довжин катетів цього трикутника дорівнює 6. Обчислити значення k.

8. (10 балів). Дано прямокутний трикутник ABC ($\angle ACB = 90°$). На прямій BC взято точку X так, що трикутники ACX та ABX – рівнобедрені. Знайдіть кути трикутника ABC. Розгляньте усі можливі варіанти.